



Variáveis Separáveis, EDO's homogêneas e EDO's Lineares

Questão 1. Encontre a solução geral das EDO's abaixo.

a) $\frac{dy}{dx} = \sec^4 x$ b) $\frac{dy}{dx} = xy$ c) $\frac{dy}{dx} + 2xy^2 = 0$

d) $\frac{dy}{dx} = e^{2x+3y}$ e) $y' + 2y = 1$ f) $x\sqrt{1+y^2}dx = y\sqrt{1+x^2}dy$.

Questão 2. Em cada um dos casos abaixo, verifique que a dada função f é homogênea e determine a solução geral de $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$.

a) $f(x, y) = \frac{y}{x} + \cos^2 \frac{y}{x}$ b) $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{2xy}$ c) $f(x, y) = \frac{x^2y + y^3}{3x^3 - 5xy^2}$.

Questão 3. Resolva as EDO's lineares.

a) $\frac{dy}{dx} = 2y + x^2 + 5$ b) $x^2y' + xy = 1$
 c) $(1+x)\frac{dy}{dx} - xy = x + x^2$ d) $ydx - 4(x+y^6)dy = 0$.

Questão 4. Resolva as EDO's.

a) $y' = e^{x-2y}$ b) $x^2y^2\frac{dy}{dx} = 1 + x^2$
 c) $y' = x^3 - 2xy$ d) $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}, x > 0$
 e) $(1 - xy)y' = y^2$ f) $(x + y)dx + xdy = 0$.
 g) $3t^2x' = 2x(x - 3)$ h) $\frac{dr}{d\theta} = \sec^2 \theta \sec^3 r$.

Questão 5. Um barco retarda seu movimento pela ação da resistência da água, que é proporcional à velocidade do barco. A velocidade inicial do barco é 10 m/s e depois de 5 segundos sua velocidade é 8 m/s. Depois de quanto tempo a velocidade será 1 m/s?

Respostas:**Questão 1**

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } y = \operatorname{tg} x + \frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} + c & \text{b) } y = ce^{\frac{x^2}{2}} & \text{c) } y = \frac{1}{x^2 + c} \text{ e } y \equiv 0 \\
 \text{d) } \frac{e^{2x}}{2} + \frac{e^{-3y}}{3} = c & \text{e) } y = ce^{-2x} + \frac{1}{2} & \text{f) } y^2 - x^2 = 2c\sqrt{1+x^2} + c^2.
 \end{array}$$

Questão 2

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right) = \ln|x| + c \text{ e } y = \left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)x, \text{ em que } k \in \mathbb{Z} \\
 \text{b) } x^2 - 3y^2 = \frac{c}{x} \\
 \text{c) } (x^2 - 3y^2)^2 = Cxy^9 \text{ e } y \equiv 0
 \end{array}$$

Questão 3

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \frac{-x^2}{2} - \frac{x}{2} - \frac{11}{4} + ce^{2x} & \text{b) } y = \frac{\ln|x|}{x} + \frac{c}{x} \\
 \text{c) } y = -\frac{x^2 + 3x + 3}{1+x} + \frac{ce^x}{1+x} & \text{d) } x = 2y^6 + cy^4 \text{ e } y \equiv 0
 \end{array}$$

Questão 4

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } e^{2y} - 2e^x = c & \text{b) } y^3 + \frac{3}{x} - 3x = c \\
 \text{c) } y = \frac{x^2 - 1}{2} + ce^{-x^2} & \text{d) } x^2 = c\left(y + \sqrt{x^2 + y^2}\right) \\
 \text{e) } y = ce^{yx} & \text{f) } x^2 + 2xy = c \\
 \text{g) } x \equiv 0, x \equiv 3, x = \frac{3}{1 - ce^{\frac{-2}{t}}} & \text{h) } 3 \operatorname{sen} r - \operatorname{sen}^3 r = 3 \operatorname{tg} \theta + c.
 \end{array}$$

Questão 5

$$t = -\frac{5 \ln 10}{\ln 0,8} \simeq 51,59 \text{ s.}$$