



Funções Exponencial, Logarítmica, Trigonométrica e Hiperbólica

Exercício 1.

- 1.1. $\ln \sqrt{2} + i\pi(2k + 1/4)$ 1.2. $\ln 2 + i\pi(1 + 2k)$ 1.3. $1/2 + k\pi i$

Exercício 2.

- 2.1. $w(t) = e^t(\cos t + i \sin t)$ 2.2. $\{z; 1 \leq |z| \leq e, 0 \leq \text{Arg}(z) \leq \pi/4\}$

Exercício 3. ***

Exercício 4.

- 4.1. $2k\pi + i \ln(\sqrt{5} \pm 2)$ 4.3. \emptyset
4.2. $-\arccos(2\sqrt{5}/5) + k\pi - (i \ln 5)/4$

Exercício 5.

- 5.1. $2z \cos(z^2)$ 5.3. $\cos(z) \sinh(z) + \sin(z) \cosh(z)$
5.2. $i(1 + e^{iz}) \sinh(iz + e^{iz})$

Exercício 6.

- 6.1. $u = \sin x \cosh y, v = -\cos x \sinh y, \emptyset$
6.2. $u = e^{x/(x^2+y^2)} \cos(y/(x^2 + y^2)), v = -e^{x/(x^2+y^2)} \sin(y/(x^2 + y^2)), \{z \neq 0\}$
6.3. $u = \frac{1}{2} \ln((x^2 - y^2)^2 + (1 + 2xy)^2), v = \begin{cases} \arccos \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{(x^2 - y^2)^2 + (1 + 2xy)^2}}, & xy \geq -1/2 \\ -\arccos \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{(x^2 - y^2)^2 + (1 + 2xy)^2}}, & xy < -1/2 \end{cases}$

Analítica em $\mathbb{C} \setminus \{z = x + iy; 2xy = \pm 1, x \leq \sqrt{2}/2\}$ (ramo de hipérbole).

- 6.4. **
6.5. **

- 6.6. $u = \frac{\sin(2x/r^2)}{\cos 2y/r^2 + \cosh 2y/r^2}, v = -\frac{\sinh(2x/r^2)}{\cos 2y/r^2 + \cosh 2y/r^2}$, analítica em $\mathbb{C} \setminus \{1/(\pi/2 + k\pi), k \in \mathbb{Z}\} \cup \{0\}$.

Veja que a função não está definida em $z = 0$, além disso não existe limite de tangente no ∞ , assim a função não é contínua em $z = 0$.

Exercício 7.

7.1. Analítica em $\mathbb{C} \setminus (\{ti; t \in \mathbb{R}\} \cup [-1, 1])$,
 $f'(z) = -2z/(z^2 - 1)$

7.2. Analítica em $\mathbb{C} \setminus \{x + iy; x \leq 0, y = k\pi\}$, $f'(z) = -2e^z/(e^{2z} - 1)$

7.3. Analítica em $\mathbb{C} \setminus (\{ti; t \in \mathbb{R}\} \cup [-\sqrt{2}, \sqrt{2}])$, $f'(z) = -2z/((z^2 - 1)(\text{Log}(z^2 - 1)))$

Exercício 8.

8.1. Sim.

8.2. Não.

Exercício 9. *****Exercício 10.**

10.1. (V)

10.2. (V)

10.3. (V)

10.4. (V)

10.5. (V)

10.6. (V)

Bons Estudos!!!