



Ramos do Logaritmo, Função Potência, Funções Trigonométricas e Hiperbólicas Inversas

Exercício 1.

1.1. $\text{Log}((-i)^2) = i\pi, -2\text{Log}(-i) = -2\pi$

1.2. ***

Exercício 2. ***

Exercício 3.

3.1.

3.3. $e^{-\pi/4}(\cos \ln \sqrt{2} + i \text{sen} \ln \sqrt{2})$

3.2. $\ln 3 + i\frac{\pi}{2}$

3.4. $-i \text{Log}(\sqrt{5} + 2i)$

Exercício 4.

4.1. $3(2)^{-3/8}e^{i\pi/8}$

4.2. $2e^{-\pi}$

Exercício 5.

5.1. f é analítica em $\mathbb{C} \setminus \{x + iy; 2xy = 1, |x| \geq \sqrt{2}/2\}$

5.2. Sim.

Exercício 6.

6.1. Ramo principal: $f(z) = \text{Log}(z^2 - 1)$. f é analítica em $\mathbb{C} \setminus \{(x, 0), |x| \leq 1\} \cup \{iy, y \in \mathbb{R}\}$.
 $f'(z) = \frac{2z}{z^2 - 1}$.

Exercício 7. (Revisão de conceitos das semanas 4 e 5)

7.1. (F)

7.3. (V)

7.5. (F)

7.7. (V)

7.2. (V)

7.4. (F)

7.6. (F)

7.8. (F)

MAT46 - Funções de Variável Complexa - Lista 5

Principais resultados usados

Ramo de uma função

Uma função simples $f : D \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ que coincide com uma função multivalorada F em todo D , isto é,

$$f(z) \in F(z) \quad \forall z \in D,$$

e que é contínua em D é chamada de *ramo*.

Corte de Ramo

O conjunto que removemos do domínio de uma função multivalorada para obtermos um ramo é chamado de *corte de ramo*.

Logaritmo complexo

Se $z \neq 0$, então

$$\log(z) = \ln |z| + i(\text{Arg}(z) + 2n\pi), \quad n \in \mathbb{Z} \quad \text{e} \quad \text{Log}(z) = \ln |z| + i \text{Arg}(z)$$

A função potência

Se $w \in \mathbb{C}$ e $z \neq 0$, então a função potência z^w é definida como

$$z^w = e^{w \log(z)},$$

e seu ramo principal é

$$z^w = e^{w \text{Log}(z)}.$$

Senos e Senos Hiperbólicos

$$\text{sen } z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} \quad \text{e} \quad \text{senh } z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$$