Mecânica I (FIS-14)

Prof. Dr. Ronaldo Rodrigues Pelá
Sala 2602A-1
Ramal 5785
rrpela@ita.br
www.ief.ita.br/~rrpela

Onde estamos?

- Nosso roteiro ao longo deste capítulo
  - Princípio do impulso e quantidade de movimento
    - Uma partícula
    - **Sistema de partículas**
  - Conservação da quantidade de movimento
  - Impacto
  - Torque e momento angular
    - Uma partícula
    - Sistema de partículas
  - Propulsão com massa variável

5.2 – Princípio do impulso e quantidade de movimento

- No caso de um sistema de partículas, já vimos que

$$\vec{F}^{(ext)} = M\vec{a}_G$$

- Disso resulta que

$$M(\vec{v}_G)_1 + \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}^{(ext)} dt = M(\vec{v}_G)_2$$

5.2 – Princípio do impulso e quantidade de movimento

- Podemos mostrar que a quantidade de movimento total do sistema de partículas é

$$\vec{P} = M\vec{v}_G$$

- Partimos de $\vec{P} = m_1\vec{v}_1 + \ldots + m_N\vec{v}_N$
- Mas $M\vec{r}_G = m_1\vec{r}_1 + \ldots + m_N\vec{r}_N$
- Derivando $M\vec{v}_G = m_1\vec{v}_1 + \ldots + m_N\vec{v}_N$
- De onde segue que $\vec{P} = M\vec{v}_G$

Onde estamos?

- Nosso roteiro ao longo deste capítulo
  - Princípio do impulso e quantidade de movimento
    - Uma partícula
    - Sistema de partículas
  - **Conservação da quantidade de movimento**
  - Impacto
  - Torque e momento angular
    - Uma partícula
    - Sistema de partículas
  - Propulsão com massa variável

5.3 – Conservação da quantidade de movimento

- Sabemos que

$$M(\vec{v}_G)_1 + \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}^{(ext)} dt = M(\vec{v}_G)_2$$

- Se a soma dos impulsos externos atuando sobre um sistema de partículas for zero, então

$$M(\vec{v}_G)_1 = M(\vec{v}_G)_2$$

- Ou ainda,

$$\left(\sum m_i \vec{v}_i\right)_1 = \left(\sum m_i \vec{v}_i\right)_2$$

- Isto é referido com a conservação da quantidadde de movimento

5.3 – Conservação da quantidade de movimento

- Podemos dizer também que

$$(\vec{v}_G)_1 = (\vec{v}_G)_2$$

- A conservação da quantidade de movimento é aplicada com frequência quando partículas colidem ou interagem
- Para aplicação, deve ser feito um estudo cuidadoso de todo o sistema de partículas, de modo a identificar as forças que ciram tanto os impulsos externos quanto os internos e, portanto, determinar em qual(is) direção(ões) a quantidade de movimento se conserva

5.3 – Conservação da quantidade de movimento

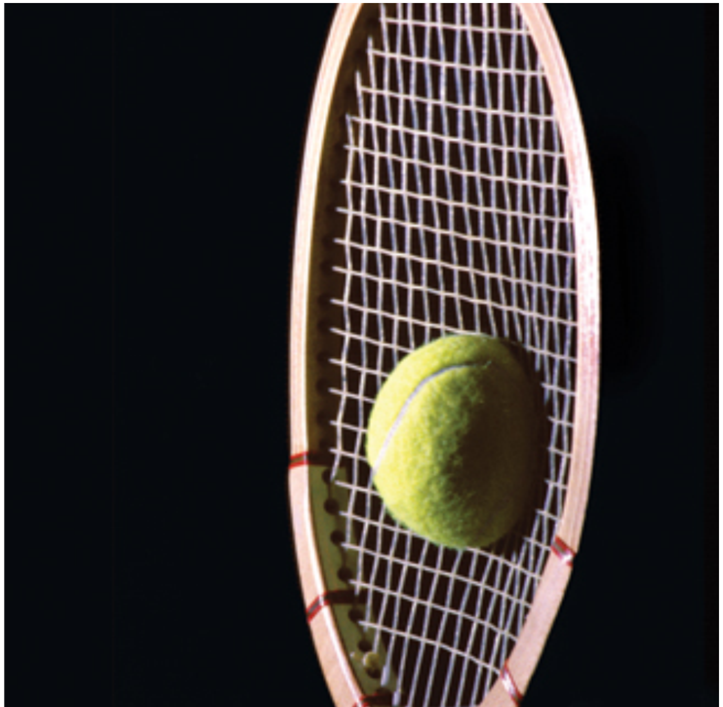
- Os impulsos internos do sistema irão sempre anular-se, visto que ocorrem em pares colineares iguais, mas opostos
- Se o intervalo de tempo durante o qual o movimento estudado for muito curto, alguns dos impulsos externos poderão ser considerados aproximadamente zero

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{F}_{med} \Delta t \cong \vec{0}$$

- Isto é válido para as **forças não impulsivas**

5.3 – Conservação da quantidade de movimento

- Para as <u>**forças impulsivas**</u> não podemos usar esta aproximação
- Exemplos de forças não impulsivas
  - Peso
  - Empuxo
- Exemplos de forças impulsivas
  - Normal
  - Tração



5.3 – Conservação da quantidade de movimento

- Curiosidade: as forças impulsivas são modeladas matematicamente como

$$\vec{F} = \hat{u}_F F \delta(t - t_0)$$

- Sendo $\delta(t - t_0)$ a função delta de Dirac (também chamada de função impulso) e t_0 o tempo em que o impulso é aplicado
- Para a função $\delta(t)$

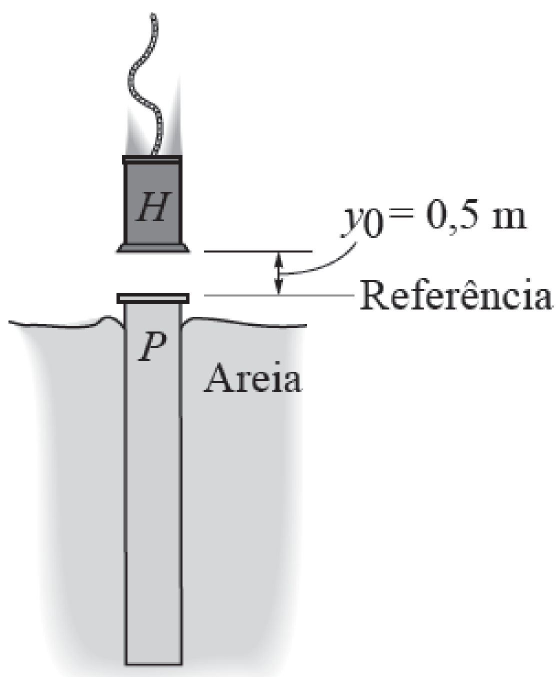
$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t \neq 0 \\ \infty & \text{se } t = 0 \end{cases} \qquad \int_I \delta(t)dt = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \notin I \\ 1 & \text{se } 0 \in I \end{cases}$$

Ou ainda: $\displaystyle\int_{0_-}^{0_+} \delta(t)dt = 1$

5.3 – Conservação da quantidade de movimento

- Exemplo: Uma estaca rígida de 800 kg é introduzida no solo por um martelo bate-estaca de 300 kg. O martelo cai do repouso à altura y_0 = 0,500 m e atinge o topo da estaca.

  Determine o impulso que a estaca exerce sobre o martelo se esta estiver totalmente cercada por areia solta, de modo que, depois do golpe, o martelo não ricocheteie na estaca.

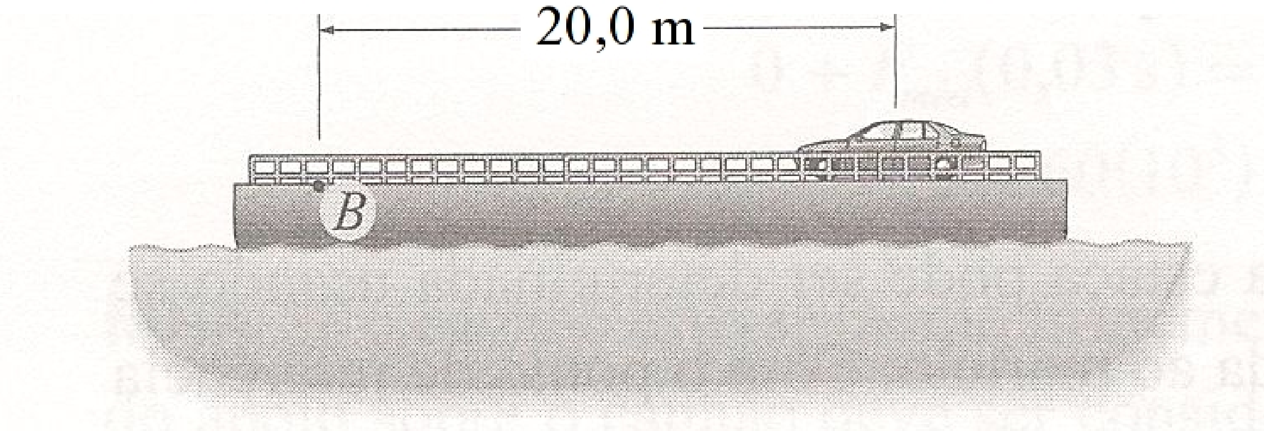


5.3 – Conservação da quantidade de movimento

- Resposta
  - 683 N.s

5.3 – Conservação da quantidade de movimento

- Exemplo: O carro de 1,50 Mg move-se para a esquerda sobre a barcaça de 10,0 Mg a uma velocidade escalar constante de 4,00 m/s, medida relativamente à barcaça. Desconsiderando a resistência da água, determine a velocidade da barcaça e o deslocamento desta quando o carro atingir o ponto *B*. Inicialmente, o carro e a barcaça estão em repouso em relação à água.



5.3 – Conservação da quantidade de movimento

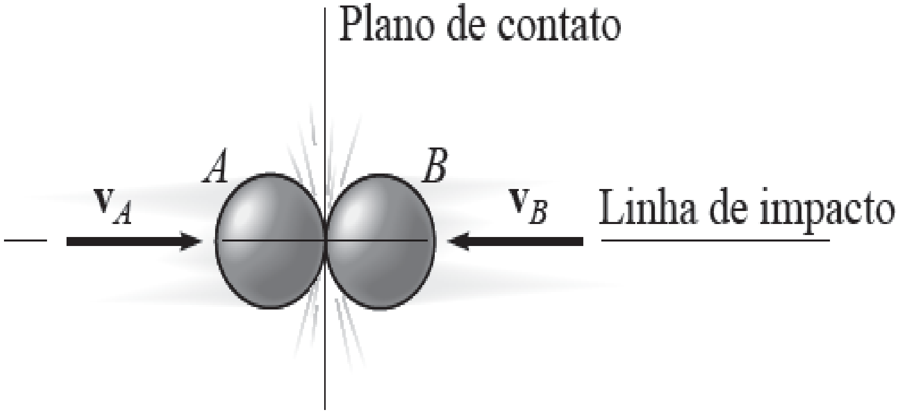
- Resposta:
  - 0,522 m/s e 2,61 m

Onde estamos?

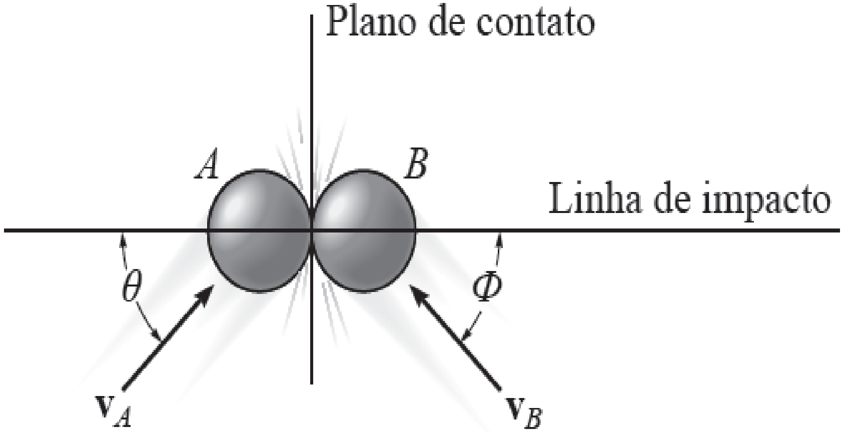
- Nosso roteiro ao longo deste capítulo
  - Princípio do impulso e quantidade de movimento
    - Uma partícula
    - Sistema de partículas
  - Conservação da quantidade de movimento
  - **Impacto**
  - Torque e momento angular
    - Uma partícula
    - Sistema de partículas
  - Propulsão com massa variável

5.4 – Impacto

- O impacto ocorre quando dois corpos colidem entre si durante um período muito curto de tempo, fazendo com que forças relativamente grandes (impulsivas) sejam exercidas entre os corpos. Em geral, há dois tipos de impacto:



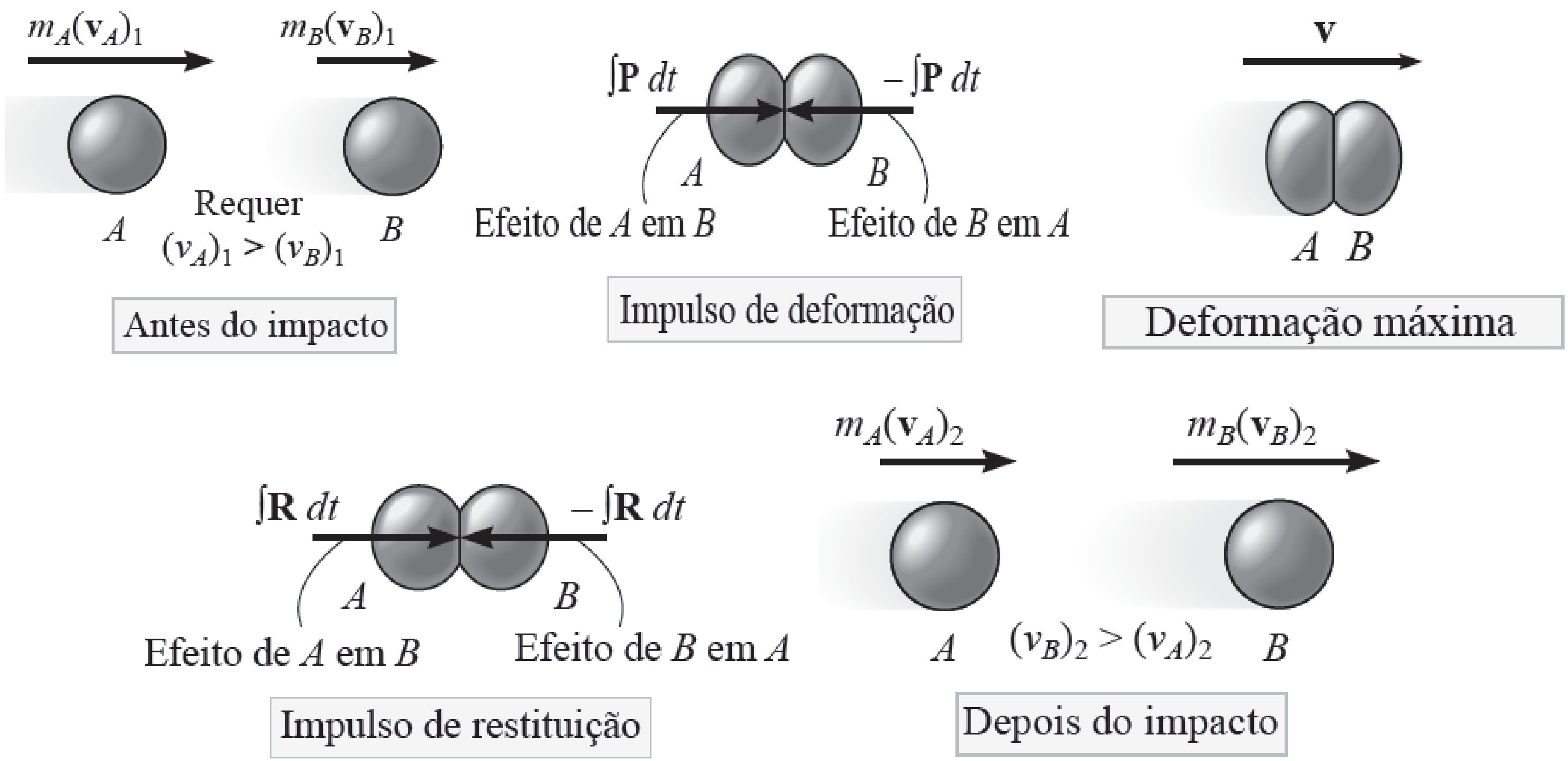
Impacto central



Impacto oblíquo

5.4 – Impacto

- Impacto central



5.4 – Impacto

- Impacto central
  - Conservação da quantidade de movimento

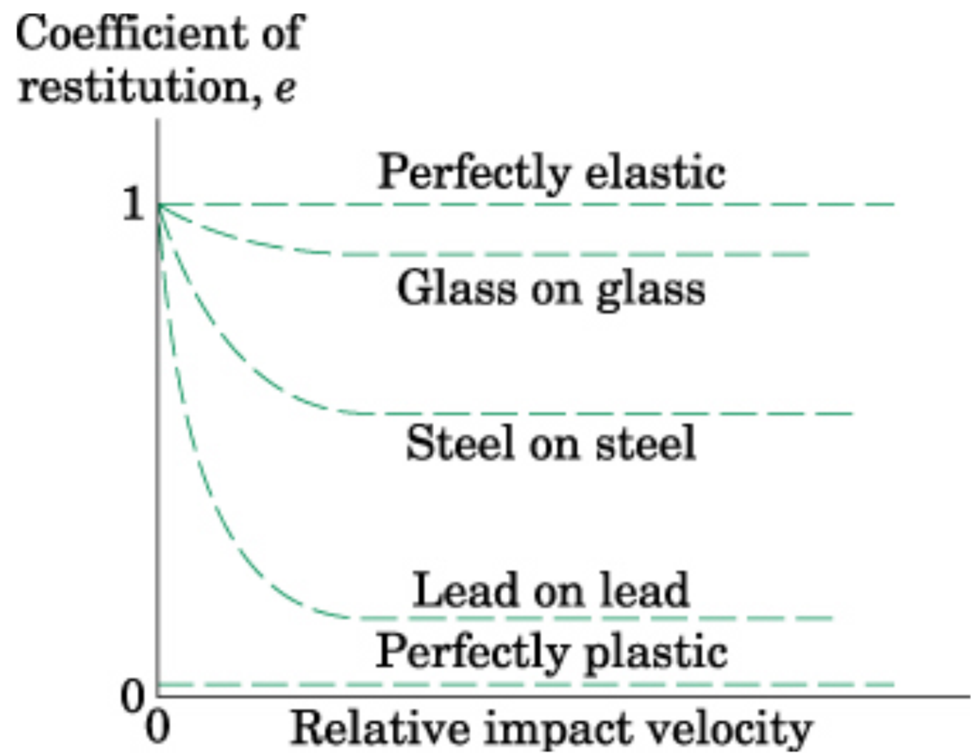
$$(\overset{+}{\rightarrow}) \quad m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = m_A(v_A)_2 + m_B(v_B)_2$$

5.4 – Impacto

- Impacto central
  - Coeficiente de restituição

$$(\overset{+}{\rightarrow}) \quad e = \frac{(v_B)_2 - (v_A)_2}{(v_A)_1 - (v_B)_1}$$

  - Descobriu-se que e varia de forma apreciável com a velocidade de impacto, assim como com a dimensão e a forma dos corpos em colisão.
  - Por essas razões, o coeficiente de restituição é confiável apenas quando usado com dados que se aproximem bastante das condições existentes quando suas medições foram feitas.
  - Em geral, e tem um valor entre zero e um, e deve-se estar ciente do significado físico desses dois limites.



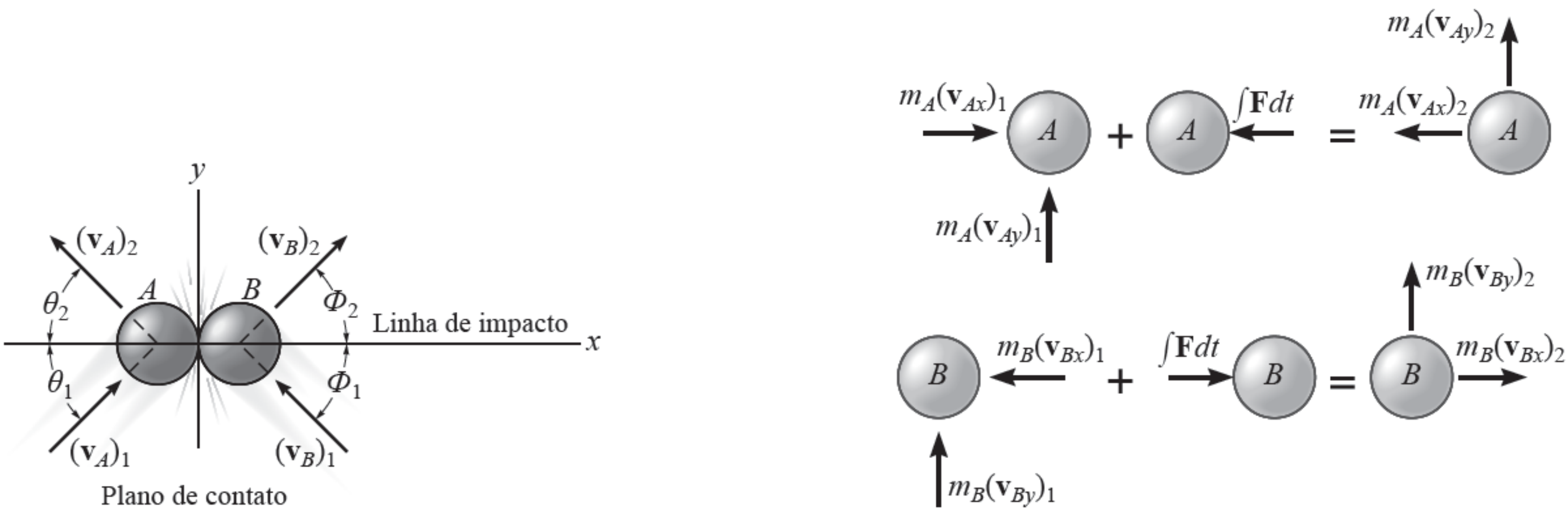
Fonte: *Mecânica para Engenharia, Dinâmica* Merian, Kraige, vol. 2

5.4 – Impacto

- Impacto central
  - Impacto elástico ($e = 1$)
    - Se a colisão entre duas partículas for perfeitamente elástica, o impulso de deformação será igual e oposto ao impulso de restituição
  - Impacto plástico ($e = 0$)
    - O impacto é chamado de inelástico ou plástico quando $e = 0$.
  - Em particular, se o impacto for perfeitamente elástico, nenhuma energia se perde na colisão; enquanto se a colisão for plástica a energia perdida durante a colisão é máxima.

5.4 – Impacto

- Impacto oblíquo



(a) (b)

Figura 15.15

5.4 – Impacto

- Impacto oblíquo
  - Quando o impacto oblíquo ocorre entre duas partículas lisas, estas se movem para longe uma da outra com velocidades que têm direções e intensidades desconhecidas.
  - A quantidade de movimento do sistema é conservada ao longo da linha de impacto, eixo *x*, de modo que

$$\left(\sum m_i v_{ix}\right)_1 = \left(\sum m_i v_{ix}\right)_2$$

5.4 – Impacto

- Impacto oblíquo
  - O coeficiente de restituição

$$e = \frac{(v_{Bx})_2 - (v_{Ax})_2}{(v_{Ax})_1 - (v_{Bx})_1}$$

  - relaciona as componentes da velocidade relativa das partículas ao longo da linha de impacto (eixo *x*).
  - Se essas duas equações forem resolvidas simultaneamente, obteremos

$$(v_{Ax})_2 \qquad (v_{Bx})_2$$

5.4 – Impacto

- Impacto oblíquo
- A quantidade de movimento da partícula *A* é conservada ao longo do eixo *y*, perpendicular à linha de impacto, visto que nenhum impulso age na partícula *A* nessa direção. Como resultado

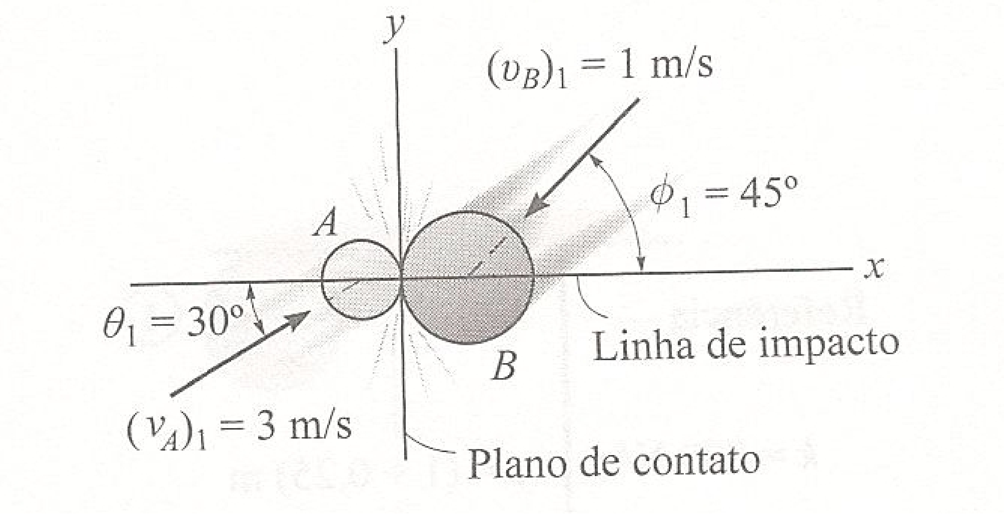
$$m_A(v_{Ay})_1 = m_A(v_{Ay})_2 \qquad\qquad (v_{Ay})_1 = (v_{Ay})_2$$

- A quantidade de movimento da partícula *B* é conservada ao longo do eixo *y*, perpendicular à linha de impacto, visto que nenhum impulso atua na partícula *B* nessa direção. Consequentemente

$$(v_{By})_1 = (v_{By})_2$$

5.4 – Impacto

- Exemplo: Dois discos lisos, *A* e *B*, tendo massas de 1,00 kg e 2,00 kg, respectivamente, colidem com as velocidades mostradas na Figura seguinte. Se o coeficiente de restituição é 0,750, determine as intensidades e as direções das velocidades de cada disco imediatamente após a colisão.



5.4 – Impacto

- Resposta