MAT-27: Álgebra Linear

Encerramento do cap.1 e Revisão de prod.escalar

Ronaldo Rodrigues Pelá

Tópicos Abordados

- Encerramento do capítulo 1
- Revisão de produto escalar

Tópicos Abordados

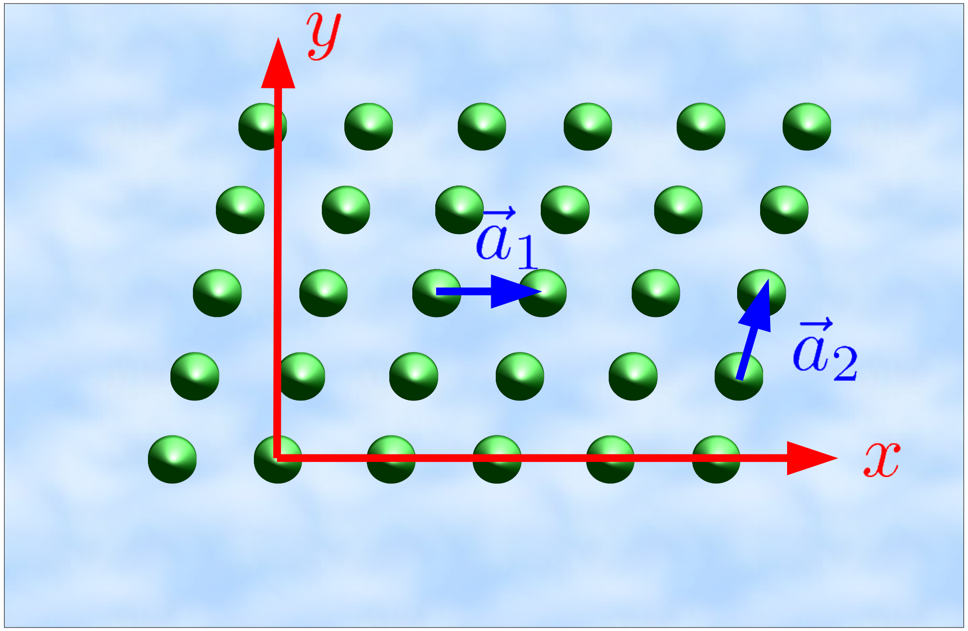
- Encerramento do capítulo 1
- Revisão de produto escalar

Capítulo 1

- Espaços Vetoriais
  - Definição e propriedades
- Subespaços vetoriais
- Combinações lineares
  - Espaços finitamente gerados
- Dependência linear
- Base
- Dimensão
  - Teorema da invariância
- Mudança de base

Capítulo 1

- Último exemplo
  - Rede de Bravais



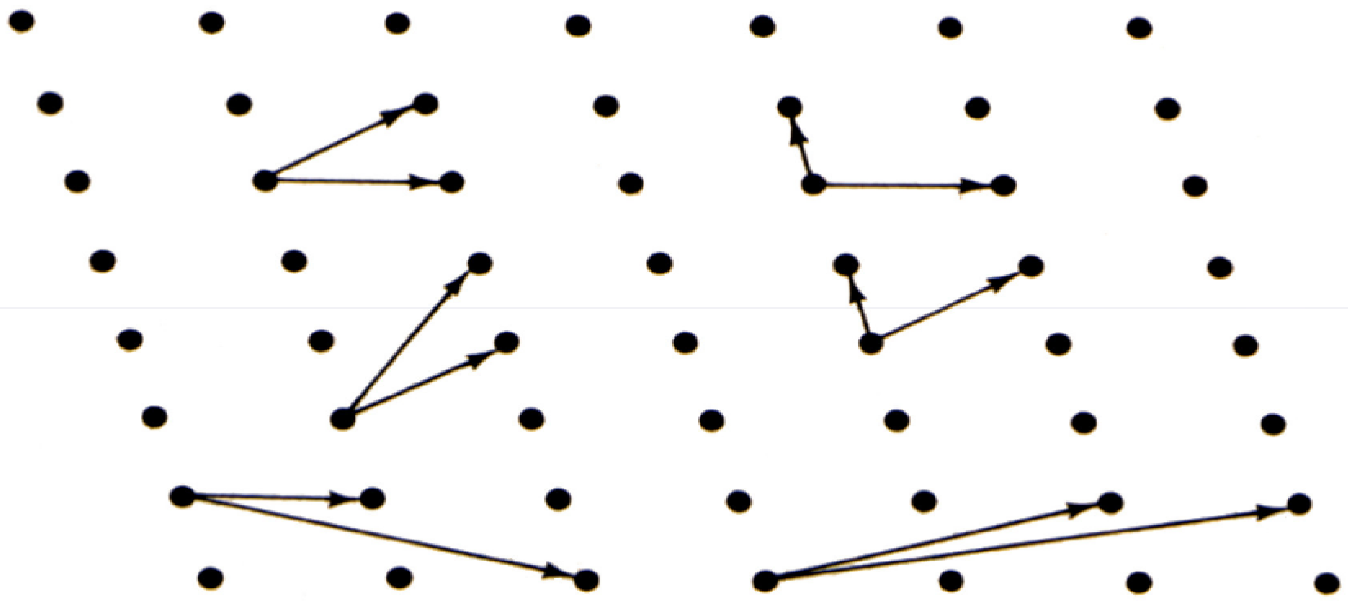
$$\vec{R} = n_1\vec{a}_1 + n_2\vec{a}_2$$

$$n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$$

$$\left.\begin{matrix}\vec{a}_1 \\ \vec{a}_2\end{matrix}\right\} \text{Vetores primitivos}$$

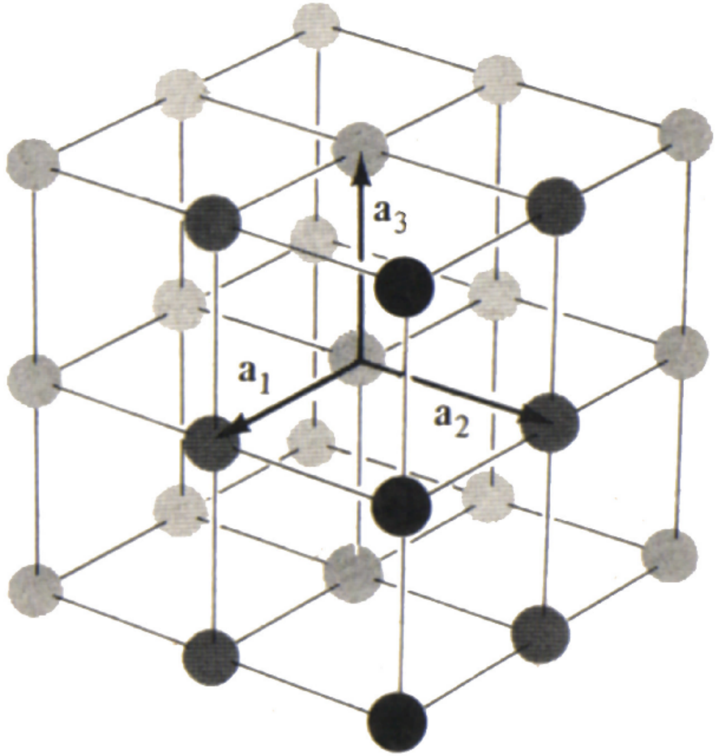
Capítulo 1

- Rede de Bravais
  - A escolha dos vetores primitivos não é única



Capítulo 1

- Cúbica simples

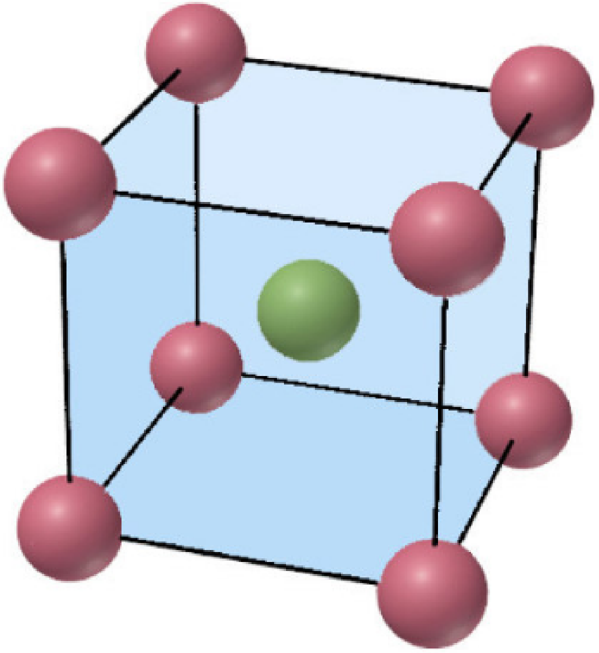


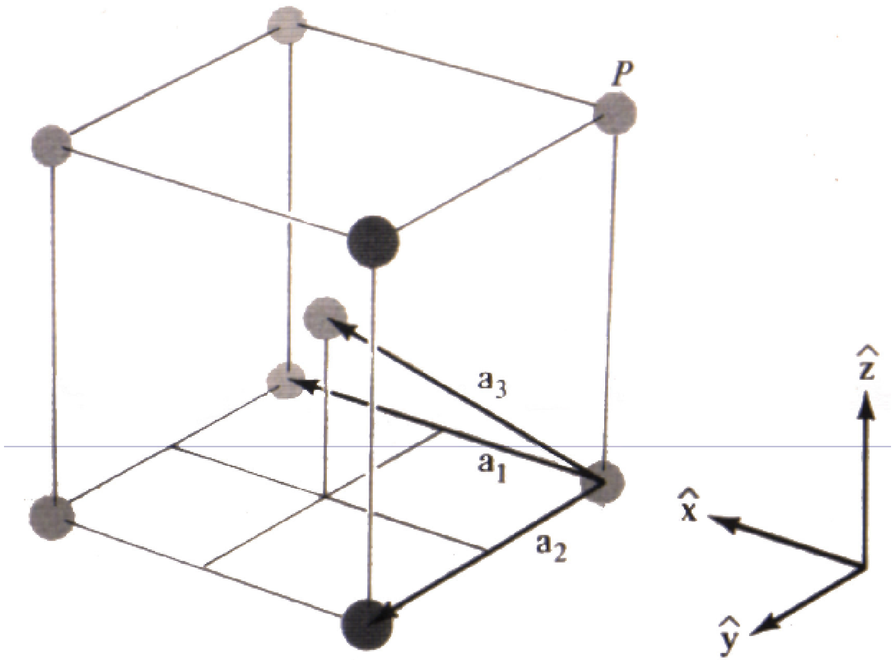
$$\vec{a}_1 = a\hat{e}_x$$

$$\vec{a}_2 = a\hat{e}_y$$

$$\vec{a}_3 = a\hat{e}_z$$

- Cúbica de corpo centrado

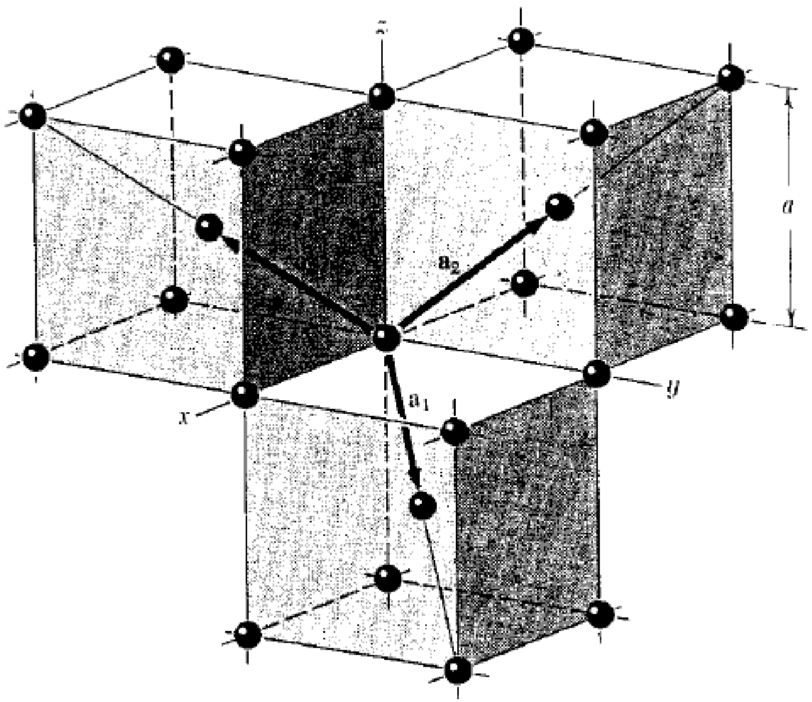




$$\vec{a}_1 = a\hat{e}_x \qquad \vec{a}_2 = a\hat{e}_y \qquad \vec{a}_3 = \frac{a}{2}\left(\hat{e}_x + \hat{e}_y + \hat{e}_z\right)$$

Capítulo 1

- Cúbica de corpo centrado

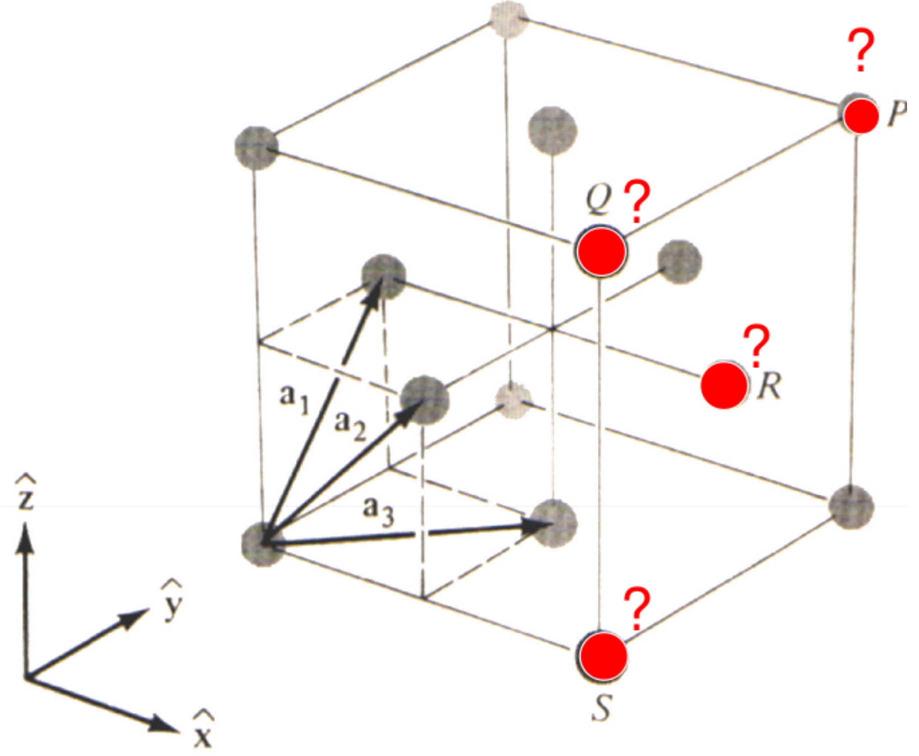


$$\vec{a}_1 = \frac{a}{2}\left(\hat{e}_x + \hat{e}_y - \hat{e}_z\right)$$

$$\vec{a}_2 = \frac{a}{2}\left(-\hat{e}_x + \hat{e}_y + \hat{e}_z\right)$$

$$\vec{a}_3 = \frac{a}{2}\left(\hat{e}_x - \hat{e}_y + \hat{e}_z\right)$$

- Cúbica de face centrada



$$\vec{a}_1 = \frac{a}{2}\left(\hat{e}_y + \hat{e}_z\right)$$

$$\vec{a}_2 = \frac{a}{2}\left(\hat{e}_x + \hat{e}_z\right)$$

$$\vec{a}_3 = \frac{a}{2}\left(\hat{e}_x + \hat{e}_y\right)$$

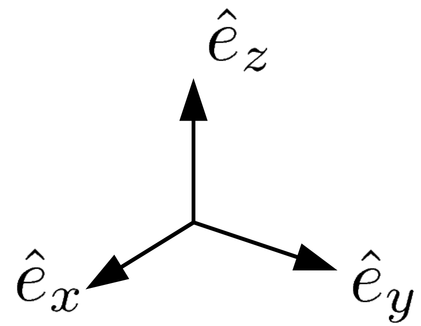
Tópicos Abordados

- Encerramento do capítulo 1
- Revisão de produto escalar

Produto Escalar

- Definição

$$\vec{a} = a_x\hat{e}_x + a_y\hat{e}_y + a_z\hat{e}_z$$
$$\vec{b} = b_x\hat{e}_x + b_y\hat{e}_y + b_z\hat{e}_z$$



Produto escalar

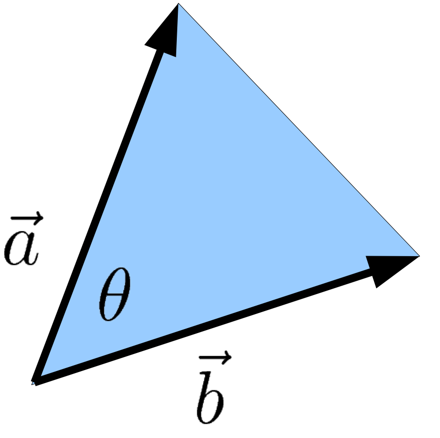
$$\boxed{\vec{a}.\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$

Produto escalar

- Módulo de um vetor

$$||\vec{a}|| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\vec{a}.\vec{a}}$$

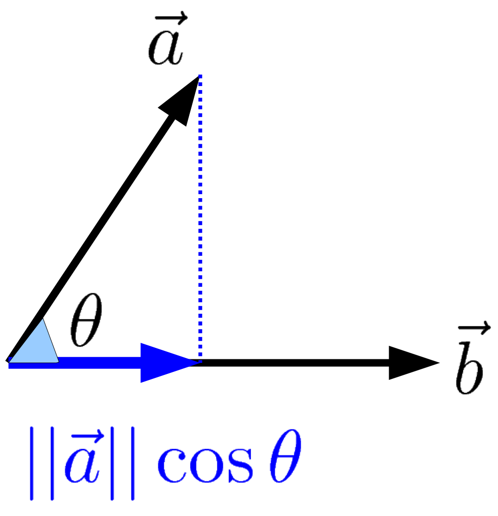
$$||\vec{b}|| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2} = \sqrt{\vec{b}.\vec{b}}$$



$$\vec{a}.\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ||\vec{a}||.||\vec{b}||\cos\theta$$

Produto escalar

- Interpretação geométrica



Produto escalar

- Desigualdade de Cauchy-Schwarz

$$\vec{a}.\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ||\vec{a}||.||\vec{b}|| \cos\theta$$

$$|\vec{a}.\vec{b}| = ||\vec{a}||.||\vec{b}||.|\cos\theta| \leq ||\vec{a}||.||\vec{b}||$$

$$\boxed{|\vec{a}.\vec{b}| \leq ||\vec{a}||.||\vec{b}||}$$

Produto escalar

- Teorema: dois vetores não nulos são LD se e somente se vale a igualdade na desigualdade de Cauchy-Schwarz

$\vec{a}$ e $\vec{b}$ LD $\Leftrightarrow$ $\cos\theta = \pm 1$ $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ $|\vec{a}.\vec{b}| = ||\vec{a}||.||\vec{b}||$

Perguntas....